

Exercice TES probabilités

Le test le plus employé actuellement pour mesurer le quotient intellectuel (Q.I.) standard est le test de David Wechsler.

On appelle X la variable aléatoire qui à toute personne choisie au hasard associe son Q.I. mesuré à l'aide de ce test. On admet que X suit la loi normale de paramètres $\mu = 100$ et $\sigma = 15$.

Les résultats seront arrondis à 0,01 près sauf avis contraire).

1) Quelle est la proportion de personnes :

- (a) ayant un Q.I. entre 85 et 115 ?
- (b) ayant un Q.I. supérieur à 115 ?
- (c) ayant un Q.I. entre 70 et 130 ?
- (d) ayant un Q.I. supérieur à 130 ?
- (e) ayant un Q.I. entre 55 et 145 ? (à 0,001 près)
- (f) ayant un Q.I. supérieur à 145 ? (à 0,001 près)

2) D'après la littérature sur le sujet, une personne est considéré comme un génie si son Q.I. est supérieur à 140.

Quelle est la proportion de génies dans la population ?

3) Déterminer le Q.I. supérieur à 99% de celui de la population.

Remarque : le test de Q.I. ne mesure pas l'intelligence d'une personne mais seulement sa réussite au test de Q.I.

Exercice TES suites

Dans un pays, le taux de chômage au 1^{er} juillet 2012 est de 11,7. Le 1^{er} août, ce taux passe à 11,66. On souhaite étudier deux modèles d'évolution mensuelle du taux de chômage, valables pour une durée de trois ans.

1) Premier modèle

On suppose que le taux de chômage diminue régulièrement de 0,04 par mois.

On note u_0 le taux de chômage le 1^{er} juillet 2012.

On note u_1 le taux de chômage un mois après le 1^{er} juillet 2012, soit au 1^{er} août 2012.

On note u_n le taux de chômage n mois après le 1^{er} juillet 2012, n désignant un entier naturel.

a) Calculer u_2 .

b) Exprimer u_n en fonction de n .

c) Calculer le taux de chômage prévu au 1^{er} juillet 2015 selon ce modèle.

d) Déterminer à partir de quelle date (arbitrairement fixée au premier jour du mois) le taux de chômage prévu sera inférieur à 11.

2) Deuxième modèle

On suppose que chaque mois la baisse du taux de chômage est multipliée par 1,01.

On note le taux de chômage pour ce deuxième modèle v_0 (1^{er} juillet 2012), v_1 (1^{er} août 2012), et v_n (n mois après le 1^{er} juillet 2012).

Ainsi, on a :

$$v_0 = 11,7 ;$$

$$v_1 = 11,7 - 0,04 ;$$

$$v_2 = 11,7 - 0,04 - 0,04 \times 1,01 ;$$

$v_n = 11,7 - (0,04 + 0,04 \times 1,01 + \dots + 0,04 \times 1,01^{n-1})$ pour tout $n \geq 1$.

a) Démontrer que pour tout $n \geq 1$,

$$0,04 + 0,04 \times 1,01 + \dots + 0,04 \times 1,01^{n-1} = 0,04 \times \frac{1,01^n - 1}{0,01}.$$

b) En déduire que pour tout $n \geq 1$, $v_n = 15,7 - 4 \times 1,01^n$.

c) Calculer le taux de chômage prévu au 1^{er} juillet 2015 avec ce deuxième modèle (arrondi au centième).

d) Nous allons déterminer avec ce deuxième modèle à partir de quelle date (arbitrairement fixé au premier jour du mois) le taux de chômage prévu sera inférieur à 11.

Pour cela, nous utiliserons l'algorithme suivant :

Initialisations

$n = 0$

$p = 4$

$v = 15,7$

Algorithme

TantQue $s \geq 11$:

$15,7 - p \rightarrow v$

$p \times 1,01 \rightarrow p$

$n + 1 \rightarrow n$

Fin TantQue

Afficher n

Compléter le tableau de suivi des variables suivant.

v	15,7	11,7					
p	4						

n	0						
$s \geq 11$	Non						

Déterminer à partir de quelle date (arbitrairement fixé au premier jour du mois) le taux de chômage prévu sera inférieur à 11,5.

Déterminer à partir de quelle date (arbitrairement fixé au premier jour du mois) le taux de chômage prévu sera inférieur à 11.