Devoir TES Exponentielles

Avec calculatrice		20	

Extrait du contrôle précédent		4,5	

Une entreprise a fabriqué 20000 objets d'un modèle A en 2010. Elle réduit progressivement sa production de 2500 pièces par an jusqu'à ce que la production devienne nulle.

On note u_0 la production du modèle A pour l'année 2010 et u_n la production du modèle A pour l'année (2010+n).

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. À partir de quelle année la production est inférieure à 2000 ? Expliquer.

Exercice 2		6	

1) q est un réel strictement positif.

Simplifier les expressions suivantes :

$$A=\frac{q^2\times q^3}{q} \qquad B=\left(\frac{1}{q}\right)^{\frac{2}{3}}\times\left(q^2\right)^3 \qquad C=\frac{\left(q^{-2}\right)^{\frac{1}{3}}\times\left(q^3\right)^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{6}}}=$$

2) Résoudre les équations et l'inéquation suivantes :

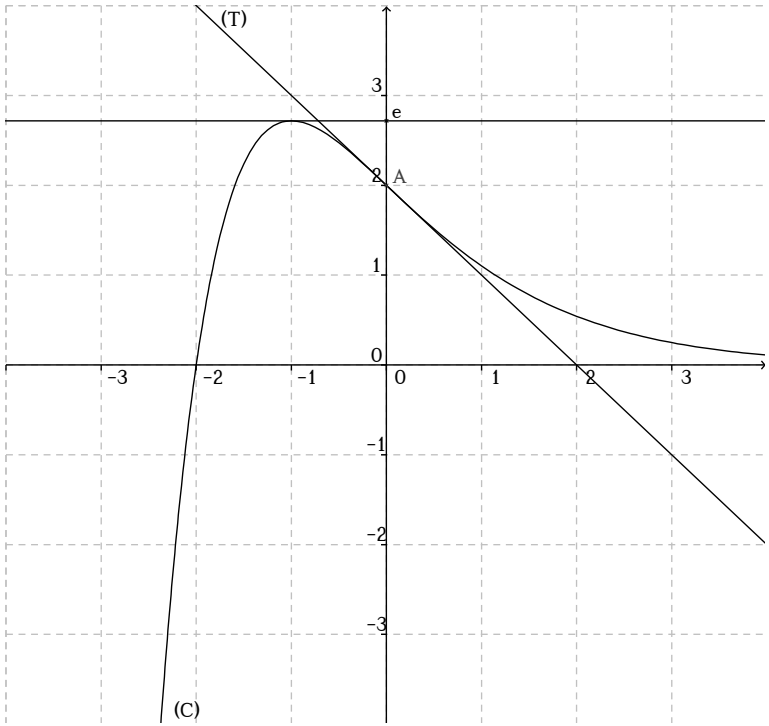
$2^x=8$ $\qquad e^{x+1}=1$ $\qquad e^{x^2}<e^4$

Exercice 3		9,5	

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+2)e^{-x}$.

(C) est la courbe représentative de f dans ce repère.



La droite (T) est tangente à (C) au point d'abscisse 0.

1) Établir que pour tout x réel, $f'(x)=-(x+1)e^{-x}$.

En déduire le tableau de signes de $f'(x)$ puis le tableau de variations de la fonction f.

2) Déterminer par le calcul l'équation de la tangente (T).

3) Démontrer que l'équation $f(x)=1$ a une solution α sur $[-2;-1]$ et une solution β sur $[1;2]$.

Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de celles-ci.

4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=(ax+b)e^{-x}$.

Calculer $g'(x)$ et déterminer a et b pour que $g'(x)=f(x)$.

Bonus		2	

$4^{15}+8^{10}=2^x$. Trouver x.