Correction du devoir TES n°3

Exercice 1

1) Soit $x\in\mathbb{R}$. $\ln(x^2-9)$ existe ssi $x^2-9>0$ ssi $x>3$ ou $x<-3$.

2) $e^{\ln 3-\ln 2}=e^{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}=\frac{3}{2}=1,5$.

3) $A=\ln 10000=\ln 10^4=4\ln 10=4\times\ln(2\times5)=4\times(\ln 2+\ln 5)$.

4) $\ln(4-x)$ existe ssi $4-x>0$ ssi $4>x$. Le domaine de définition de l'équation $\ln(4-x)=0$ est $]-\infty;4[$.

Si $x<4$, $\ln(4-x)=0$ ssi $4-x=1$ (car $\ln 1=0$)
ssi $x=3$.

5) Soit $x\in\mathbb{R}$. $e^{-x}=3$ ssi $\ln e^{-x}=\ln 3$
ssi $-x=\ln 3$ ssi $x=-\ln 3$.

6) Soit $x\in\mathbb{R}$. $(e^{-x}+3)(e^{-x}-5)=0$ ssi
$e^{-x}+3=0$ ou $e^{-x}-5=0$ ssi (or $e^{-x}+3\neq0$ $\forall x\in\mathbb{R}$)
$e^{-x}=5$ ssi $-x=\ln 5$ ssi $x=-\ln 5$.

Bonus

On peut soit utiliser un tableau de valeurs de la calculette mais ça peut être long.
On peut résoudre directement l'inéquation $1,01^n\geqslant10$.
Soit $n\in\mathbb{N}$.
$1,01^n\geqslant10$ ssi $\ln(1,01^n)\geqslant\ln 10$
ssi $n\ln(1,01)\leqslant\ln(10)$
ssi $n\leqslant\frac{\ln 10}{\ln 1,01}\approx231,4$.
Donc pour $n\geqslant232$, $1,01^n\geqslant10$.

Exercice 2

1)a) L'arbre est simple, je ne le trace pas pour des raisons de place.
b) $p(S\cap F)=p(S)\times P_S(F)=105/300\times0,4=0,14$.
c) $p(F)=p(L\cap F)+p(E\cap F)+p(S\cap F)$
$=75/300\times0,6+120/300\times0,55+0,14$
$=0,15+0,22+0,14=0,51$.
d) « Une élève est rencontrée » donc F est réalisé et on veut $p_F(E)$.

$$p_F(E)=\frac{p(F\cap E)}{p(F)}=\frac{0,22}{0,51}=\frac{22}{51}\approx0,43.$$

2)a) Il s'agit d'une loi binomiale. En effet, on a :

- Une épreuve de Bernoulli (deux issues, être une fille ou non) de paramètre $0,51=p(F)$.
- Un schéma de Bernoulli, les tirages sont faits avec remise donc sont indépendants deux à deux. On a une répétition de 5 expériences de Bernoulli précédentes. Ainsi, on a un schéma de Bernoulli de paramètres 5 et 0,51.
- Une loi binomiale puisque la variable aléatoire X compte le nombre de succès dans le schéma de Bernoulli précédent. Donc X suit une loi binomiale de paramètres 5 et 0,51.

b) Donc $p(X=3)=\binom{5}{3}\times0,51^3\times0,49^2\approx0,318$.

Le coefficient binomial s'obtient à la calculatrice avec « 5 Combinaison 3 » et le résultat direct avec BinomFdp(5,0.51,3).