Devoir TES Exponentielles

Avec calculatrice

Exercice 1		7,5	

Soit la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n=u_n-6$.

a. Calculer v_0 et v_1.

b. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.

c. Exprimer v_n en fonction de n.

d. En déduire que pour tout entier naturel n,

$u_n=-5\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+6$.

Exercice 2		4,5	

1) q est un réel strictement positif.

Simplifier les expressions suivantes :

$A=\frac{q^2\times q^3}{q}$ $B=\left(\frac{1}{q}\right)^2\times\left(q^2\right)^3$ $C=\frac{\left(q^{-2}\right)^{\frac{1}{3}}\times\left(q^3\right)^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{6}}}$

Exercice 3		8	

On se propose de résoudre l'équation $2x^3-6x+1=0$ puis l'inéquation $2x^3-6x+1\geqslant 0$.

A Équation $2x^3-6x+1=0$

Soif f la fonction $x\mapsto 2x^3-6x+1$.

1) Dresser le tableau de variations de f à partir du signe de $f'(x)$.

2) Montrer que dans l'intervalle $[-1;1]$, l'équation possède une seule solution β.

3)a) Trouver un nombre $a<-1$ tel que $f(a)<0$.

b) Montrer que sur l'intervalle $]-\infty;-1]$, l'équation a une seule solution α.

4) Utiliser la méthode précédente pour démontrer que l'équation admet une seule solution γ sur l'intervalle $[1;+\infty[$.

5) Donner un encadrement à 0,1 près des trois solutions α, β et γ de l'équation.

B Inéquation $2x^3-6x+1\geqslant 0$

Résoudre finalement l'inéquation.

Bonus		2	

$4^{15}+8^{10}=2^x$. Trouver x. Expliquer.