

Correction du devoir TES spécialité n°1

Exercice 1

- 1)a) Le graphe a 9 sommets, c'est son ordre.
 b) Le graphe est connexe puisque toute paire de sommets peut être reliée par un chemin.

Ainsi, le chemin DMHRBVGLJ parcourt tous les sommets, toute paire de sommets est reliée par un chemin (il suffit de lire dans ce grand chemin).

- c) Le graphe n'est pas complet puisque les sommets D et J ne sont pas adjacents.

- 2)a) Selon le théorème d'Euler, un graphe admet un chemin eulérien (qui parcourt une seule fois chaque arête) ssi il a au plus deux sommets de degré impair.

Or les six sommets R, G, M, D, V et J sont de degré impair.

- b) Pour que le graphe soit eulérien, il faut donc au moins que quatre sommets de degré impairs changent de parité.

En ne visitant pas le sommet L, les quatre sommets M, J, V et G deviennent de degré pair.

Un chemin possible est alors DMHRBVJTMVGR.

3)
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2

- 1) La matrice T a bien 3 lignes et 1 colonne et $5^2=25$ et $3^2+4^2=9+16=25$. T vérifie la propriété (P).

2)a) $A \times T = \begin{bmatrix} 5 \\ 12 \\ 13 \end{bmatrix}, B \times T = \begin{bmatrix} 15 \\ 8 \\ 17 \end{bmatrix}$ et $C \times T = \begin{bmatrix} 21 \\ 20 \\ 29 \end{bmatrix}.$

- b) Ces matrices ont toutes trois lignes et une colonne, par ailleurs $13^2=169$ et $12^2+5^2=144+25=169$, $17^2=289$ $8^2+15^2=64+225=289$ et $29^2=841$, $21^2+20^2=441+400=841$.

3)a) $B \times A \times C \times T = \begin{bmatrix} 299 \\ 180 \\ 349 \end{bmatrix}.$

- b) De même, cette matrice a trois lignes et une colonne, $349^2=121801$ et $180^2+299^2=32400+89401=121801$.

