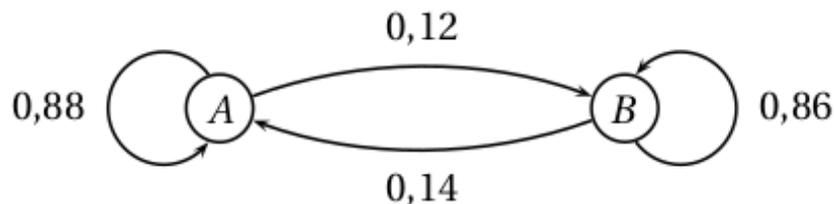


Correction du devoir TES spécialité n°4

Partie A

1.



2. $M = \begin{bmatrix} 0,88 & 0,12 \\ 0,14 & 0,86 \end{bmatrix}$.

3. On sait qu'en 2015, Alpha possède 30 % du marché et donc que Bravo possède 70 % du marché, d'où $a_0=0,3$ et $b_0=0,7$.

4. En 2018, on a $n=3$, on recherche donc P_3 qui est donné par $P_3=P_0 \times M^3$.

À la calculatrice, $P_3=(0,442 \ 0,558)$ où les valeurs sont arrondies à 10^{-3} .

En 2018, la part de marché pour l'opérateur Alpha sera d'environ 44,2 % selon ce modèle.

5. a. L'état stable vérifie la relation $P=P \times M$, soit :

$$[x \ y] = [x \ y] \times \begin{bmatrix} 0,88 & 0,12 \\ 0,14 & 0,86 \end{bmatrix} \text{ c'est-à-dire}$$

$$[x \ y] = [0,88x + 0,14y \ 0,12x + 0,86y]$$

Si deux matrices sont égales alors leurs coefficients sont égaux deux à deux, d'où :

$$\begin{cases} 0,88x + 0,14y = x \\ 0,12x + 0,86y = y \end{cases} \text{ssi} \begin{cases} -0,12x + 0,14y = 0 \\ 0,12x - 0,14y = 0 \end{cases}$$

Ces deux équations sont les mêmes, on n'en garde qu'une : $0,12x - 0,14y = 0$ mais par ailleurs l'état stable est un état probabiliste donc $x+y=1$, d'où le nouveau système :

$$\begin{cases} 0,12x - 0,14y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} 0,12x - 0,14y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \text{ssi} \begin{cases} 0,12(1-y) - 0,14y = 0 \\ x = 1 - y \end{cases} \text{ssi}$$

$$\begin{cases} 0,12 - 0,12y - 0,14y = 0 \\ x = 1 - y \end{cases} \text{ssi} \begin{cases} -0,26y = -0,12 \\ x = 1 - y \end{cases} \text{ssi}$$

$$\begin{cases} y = \frac{0,12}{0,26} = \frac{6}{13} \\ x = 1 - \frac{6}{13} = \frac{7}{13} \end{cases}$$

L'état stable est donc $P = \begin{pmatrix} \frac{7}{13} & \frac{6}{13} \end{pmatrix}$.

c. Au bout d'un grand nombre d'années, la répartition du marché entre les deux opérateurs sera de :

53,8 % pour Alpha et 46,2 % pour Bravo.

Partie B

1.

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | choix |
|----------|----------|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|
| ∞ | ∞ | 0 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | C |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | préc. |
| 25 | 30 | | 20 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | D |
| C | C | | C | - | - | - | - | - | préc. |
| 25 | 30 | | | 40 | ∞ | ∞ | ∞ | 35 | A |
| C | C | | | D | - | - | - | D | préc. |
| | 30 | | | 40 | ∞ | ∞ | 35 | 35 | B |
| | C | | | D | - | - | A | D | préc. |
| | | | | 40 | ∞ | ∞ | 35 | 35 | H |
| | | | | D | - | - | A | D | préc. |
| | | | | 40 | 45 | 55 | | 35 | I |
| | | | | D | H | H | | D | préc. |
| | | | | 40 | 45 | 55 | | | E |
| | | | | D | H | H | | | préc. |
| | | | | | 45 | 55 | | | F |
| | | | | | H | H | | | préc. |
| | | | | | | 50 | | | G |
| | | | | | | F | | | préc. |

Le trajet le moins cher à déployer entre C et G est :

C—A—H—F—G.

2. Il coûtera 50 000€.

3. Écrivons le tableau des degrés des sommets :

| som. | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| d° | 4 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 4 | 4 |

Le graphe est bien connexe puisque tous ses sommets ont été parcourus dans la question 1 (ou alors on remarque que le chemin A—B—C—D—E—F—G—H—I passe par tous les sommets).

Cependant, il a quatre sommets de degré impair et donc, d'après le théorème d'Euler, le graphe n'est pas eulérien et le technicien ne peut pas parcourir le réseau pour visiter les tronçons une et une seule fois.

