

Épreuve de mathématiques ES spécialité

Exercice 1

On se propose d'établir le classement de la poule C du mondial 2013 de handball féminin, constituée du Brésil, de Cuba, de la Roumanie, du Japon, de la Tunisie et de la France, en utilisant les graphes. Voici les résultats des matchs de poule.

Brésil - Cuba : 37 - 21	Roumanie - Tunisie : 30 - 28	France - Japon : 41 - 22
Cuba - Roumanie : 27 - 33	Tunisie - France : 17 - 25	Japon - Brésil : 24 - 32
Tunisie - Cuba : 32 - 29	Roumanie - Japon : 28 - 29	France - Brésil : 22 - 26
Japon - Tunisie : 32 - 31	France - Cuba : 38 - 18	Brésil - Roumanie : 33 - 28
Roumanie - France : 20 - 39	Brésil - Tunisie : 34 - 33	Cuba - Japon : 24 - 32

1)

a) Schématiser les résultats de cette poule à l'aide d'un graphe orienté où chaque sommet sera nommé par l'initiale du pays et chaque arête orientée de i vers j signifie que l'équipe i a battu l'équipe j .

b) Donner la matrice d'adjacence M associé à ce graphe.

2) M est-elle symétrique par rapport à la diagonale ? Pourquoi ?

3) Que représente :

a) La somme de chaque ligne de la matrice ?

b) La somme de tous les termes de la matrice ?

4) Parmi les deux observations précédentes, laquelle permet d'établir le classement de la poule ? Établissez-le.

Exercice 2

Sarah est aquariophile, elle souhaite créer un aquarium qui contient le plus de variétés de poissons possible. Elle a à sa disposition des corydoras (C), des danios (A), des discus (I), des poissons rouges (P), des gouramis (O) et des guppies (U).

Elle sait que certaines espèces sont incompatibles. Le tableau suivant donne, pour chaque espèce de poisson, la liste des autres espèces tolérées ou compatibles.

espèce	corydoras	danios	discus	poissons rouges	gouramis	guppies
tolérées ou compatibles	danios, discus, gouramis, guppies	corydoras, gouramis, guppies	corydoras, gouramis, guppies		corydoras, danios, discus, guppies	corydoras, danios, discus, gouramis

1. Tracer un graphe où un sommet est une espèce de poissons et une arête représente la compatibilité entre deux espèces.

2. Répondre à la question de Sarah.

Exercice 3

Soient a et b deux nombres réels.

1) Calculer le produit de matrices

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & a \\ b & 3 \end{pmatrix}.$$

2) Déterminer les valeurs de a et b pour que le produit précédent soit égal à $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.