

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos réservé à ses habitants.

Pour cette étude, on suppose que la population de la ville reste constante.

Le 1^{er} janvier 2017, la ville compte 5 % d'abonnés parmi ses habitants. Ces dernières années, le responsable du service location a constaté que :

- 93 % des abonnements sont renouvelés ;
- 1 % des habitants qui n'étaient pas abonnés l'année précédente souscrivent un abonnement.

On note A l'état : « un habitant est abonné » et P l'état : « un habitant n'est pas abonné ».

Pour tout entier naturel n , on désigne par :

- a_n la probabilité qu'un habitant soit abonné l'année $2017+n$ et
- p_n la probabilité qu'un habitant ne soit pas abonné l'année $2017+n$.

La matrice ligne $R_n=(a_n \ p_n)$ donne l'état probabiliste du nombre d'abonnés l'année $2017+n$.

Ainsi $R_0=(a_0 \ p_0)=(0,05 \ 0,95)$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et P où le sommet A représente l'état « un habitant est abonné » et P l'état « un habitant n'est pas abonné ».

2. Déterminer la matrice de transition T de ce graphe en respectant l'ordre A puis P des sommets.

3. Déterminer R_1 .

4. Déterminer l'état probabiliste en 2021.

Les résultats seront arrondis au millièmes.

5. On admet qu'il existe un état stable $(x \ y)$.

a. Justifier que x et y sont solutions du système :
$$\begin{cases} -7x + y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b. Déterminer l'état stable de ce graphe.

Partie B

Le responsable du service de location souhaite vérifier l'état des pistes cyclables reliant les parkings à vélos de location disposés dans la ville. On modélise la disposition des lieux par le graphe étiqueté ci-contre dont les sommets représentent les parkings à vélo. Les poids des arêtes sont les durées moyennes de parcours, en minute, pour se rendre d'un parking à l'autre en suivant la piste cyclable.

1. Le responsable peut-il planifier un parcours partant de son bureau situé en A jusqu'à la mairie située en F en passant par toutes les pistes cyclables sans emprunter deux fois le même chemin ?

2. Le responsable est pressé. Déterminer le parcours le plus rapide possible permettant d'aller de A à F.

