

## Correction du DM sur les suites

| Exercice 1  |      |      |       |       |      |      |    |       |
|---|------|------|-------|-------|------|------|----|-------|
| <p>1. a. Au bout d'un an, le conifère mesure 20 cm+20% de 20 cm=20 cm×1,2=24 cm et au bout de deux ans, il mesure 24 cm×1,2=28,8 cm.</p> <p>b. Nous venons de voir que chaque année supplémentaire multiplie la taille du conifère par 1,2, c'est donc la raison de la suite géométrique qui détermine sa taille. Son premier terme est 20, donc <math>T_n=20 \times (1,2)^n</math>.</p> <p>2. Nous allons utiliser le tableau de valeurs suivant :</p> |      |      |       |       |      |      |    |       |
| Année   | 2    | 3    | 4     | 5     | 6    | 7    | 8  | 9     |
| Taille  | 28,8 | 34,6 | 41,5  | 49,8  | 59,7 | 71,7 | 86 | 103,2 |
| <p>M. Dutilleul doit donc garder ses conifères neuf ans.</p> <p>3. On peut soit additionner les résultats du tableau précédent, soit en calculant directement la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique :</p> $C=0,50 \times 20 \times (1+1,2+1,2^2+\dots+1,2^n)=10 \times \frac{1-1,2^{n+1}}{1-1,2}$ <p>Soit, si n=9 : <math>C=10 \times \frac{1-1,2^{10}}{-0,2} \approx 260</math>.</p> <p>Le conifère a coûté au minimum 260€.</p>      |      |      |       |       |      |      |    |       |
| Exercice 2  |      |      |       |       |      |      |    |       |
| 1. Complétons le tableau suivant :  |      |      |       |       |      |      |    |       |
| $u_n$   | 0    | 1/4  | 7/16  | 37/64 |      |      |    |       |
| $v_n$   | 2    | 7/4  | 25/16 | 91/64 |      |      |    |       |

|  |
|--|
| <p>2. D'après ce qu'on vient de calculer, <math>s_0=2</math>, <math>s_1=\frac{1}{4}+\frac{7}{4}=2</math>, <math>s_2=\frac{7}{16}+\frac{25}{16}=2</math> et <math>s_3=\frac{37}{64}+\frac{91}{64}=2</math> donc on peut conjecturer que pour tout n, <math>s_n=2</math> (ce qui est exact par ailleurs).</p> <p>3. a. <math>d_{n+1}=v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{3u_n+1}{4}-\frac{3v_n+1}{4}=\frac{3}{4}d_n</math> donc <math>(d_n)</math> est une suite géométrique de premier terme 2 et de raison 0,75.</p> <p>3. b. Donc <math>d_n=2\left(\frac{3}{4}\right)^n</math>.</p> <p>4. Ici, il faut résoudre un système de deux équations à deux inconnues puisqu'on connaît <math>s_n</math> et <math>d_n</math>.<br/>On a <math>v_n+u_n=2</math> et <math>v_n-u_n=d_n</math> donc en additionnant ces deux expressions, il vient que <math>2v_n=2+d_n</math> et <math>v_n=\frac{1}{2}\left(2+2\left(\frac{3}{4}\right)^n\right)=1+\left(\frac{3}{4}\right)^n</math>.</p> <p>Pour <math>u_n</math>, il suffit de calculer :</p> $u_n=2-v_n=2-\left(1+\left(\frac{3}{4}\right)^n\right)=1-\left(\frac{3}{4}\right)^n$ <p>5. <math>\lim\left(\frac{3}{4}\right)^n=0</math> donc <math>\lim(u_n)=\lim(v_n)=1</math>.</p> |
|--|

Nous ferions mieux d'observer un peu moins de minutes de silence et un peu plus de silence.

Gilbert Cesbron (1913-1979), de petites choses