

Exercice 1

8

Monsieur Dutilleul, pépiniériste, importe des plants de conifères du Japon.

Quand il les reçoit, ces plants mesurent 20 cm puis, en pépinière, leur taille augmente de 20% par an.

1. a. Quelle est la taille d'un conifère au bout d'un an, de deux ans ?

On note T_0 la taille en cm du conifère à son arrivée à la pépinière, T_1 sa taille au bout d'un an... T_n sa taille en cm au bout de n années passées en pépinière chez Monsieur Dutilleul.

b. Montrer que (T_n) est une suite géométrique et en déduire que : $T_n = 20 \times (1,2)^n$.

2. Monsieur Dutilleul estime que pour pouvoir être mis sur le marché, un conifère du Japon doit mesurer au moins 1 m.

Pendant combien d'années, au minimum, garde-t-il un conifère du Japon en pépinière avant de pouvoir le vendre ?

3. Monsieur Dutilleul estime que les soins apportés en pépinière, pendant l'année n , à un tel conifère, lui reviennent à $(T_n \times 0,50)$ €, c'est-à-dire à 0,50 € par centimètre de la taille du conifère en fin d'année. Combien un conifère lui a-t-il, au minimum, coûté en soins quand il peut le mettre sur le marché ? (arrondir à l'euro)

Exercice 2

12

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_n = 0 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{4} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} v_n = 2 \\ v_{n+1} = \frac{3v_n + 1}{4} \end{cases} .$$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 d'une part, v_1 , v_2 et v_3 d'autre part.

2. On considère la suite (s_n) définie pour tout entier naturel n par $s_n = u_n + v_n$.

Calculer s_0 , s_1 , s_2 et s_3 .

À partir de ces résultats, que peut-on conjecturer pour la suite (s_n) ? On admettra ce résultat pour la suite.

3. On considère la suite (d_n) définie pour tout entier naturel n par $d_n = v_n - u_n$.

a. Montrer que la suite (d_n) est une suite géométrique.

b. Donner l'expression du terme général de d_n en fonction de n .

4. En utilisant les résultats des questions 2 et 3b donner l'expression du terme général de u_n et de v_n en fonction de n .

5. Déterminer les limites des suites (u_n) et (v_n) .

Pensée du jour:

Pourquoi ne voit-on jamais de titre de journaux comme « Un medium gagne au Loto » ?

-- Jay Leno --