Corrigé du DS seconde n°4

Exercice 2

$A=x^2-6x=x(x-6)$
$B=2x(x-1)+3x=x[2(x-1)+3]=x(2x-2+3)=x(2x+1)$
On peut aussi développer B pour voir le facteur x.
$C=(2x+1)^2-(2x+1)(x+3)=(2x+1)[(2x+1)-(x+3)]$
$\quad=(2x+1)(2x+1-x-3)=(2x+1)(2-2)$
$D=9x^2+12x+4=(3x)^2+2\times3x\times2+2^2=(3x+2)^2$
$E=16x^2-9=(4x)^2-3^2=(4x+3)(4x-3)$
$F=2x(x+3)+4x+12=2x(x+3)+4(x+3)=(x+3)(2x+4)$
$G=x^2-16+(x-4)^2=(x-4)(x+4)+(x-4)(x-4)$
$\quad=(x-4)(x+4+x-4)=2x(x+4)$
On peut aussi développer G, le facteur 2x apparaîtra.
$H=(x-3)(3x-4)-3x+4=(x-3)(3x-4)-1\times(3x-4)$
$\quad=(3x-4)(x-3-1)=(3x-4)(x-4)$

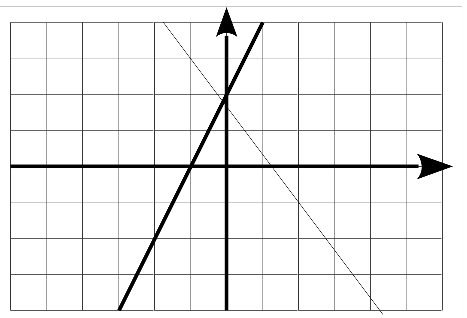
Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(x)=x^2$.
1) $f(2)=2^2=4$ $\qquad f(-3)=(-3)^2=9$.
2) $f(x)\leqslant4$ ssi $x^2\leqslant4$ ssi $-2\leqslant x\leqslant2$ (attention).
Ceci peut se résoudre aussi avec un tableau de signes comme ceci :
$x^2\leqslant4$ ssi $x^2-4\leqslant0$ ssi $(x-4)(x+4)\leqslant0$.
Étudions le signe de ce produit :

x	$-\infty$		-4		4		$+\infty$
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-4		$+$	**0**	$-$	**0**	$+$	

3) Observez le tableau précédent, on a donc $f(x)>9$ ssi $x<-3$ ou $x>3$.
4) On a $0\leqslant a\leqslant b$ et $f(a)=a^2$, $f(b)=b^2$.
On peut les comparer en étudiant le signe de $f(b)-f(a)=b^2-a^2=(b-a)(b+a)$.
Or $b-a\geqslant0$ car $b\geqslant a$ et a et b sont positifs donc b+a aussi.
Conclusion : $f(b)-f(a)\geqslant0$ et $f(b)\geqslant f(a)$ comme $b\geqslant a$.
Donc f est croissante sur $\mathbb{R}^+$.
5) De même, sur $\mathbb{R}^-$, a et b sont négatifs donc a+b aussi et cette fois, $f(b)-f(a)\leqslant0$ et $f(b)\leqslant f(a)$ or $b\geqslant a$.
Donc f est décroissante sur $\mathbb{R}^-$.

Exercice 4



2) $-2x+y=2$ ssi $y=2x+2$.
4) $4x+3y=5$ ssi $3y=5-4x$ ssi $y=\dfrac{5-4x}{3}$
5) $\begin{cases} y=2x+2 \\ y=\dfrac{5-4x}{3} \end{cases}$ donc
$2x+2=\dfrac{5-4x}{3}$, soit $6x+6=5-4x$ donc $10x=-1$ et $x=-0,1$.
On remplace, $y=2\times(-0,1)+2=-0,2+2=1,8$.

Bonus

$\dfrac{a+5}{2}=2005$ donc $a+5=2\times2005=4010$ donc $a=4005$.
Si la moyenne de dix nombres est de 10, leur somme vaut $10\times10=100$. Les neuf autres, plus petits, sont tous distincts, soit $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$, il reste 55 pour le plus grand.