correction du DS seconde AP+ n°1

Exercice 1

$A=4(x+1)^2-(2x+2)^2=4(x^2+2x+1)-(4x^2+8x+4)=0$.
$B=(2x+1)(x+1)(x+2)=(2x+1)(x^2+3x+2)=2x^3+7x^3+7x+2$.
$C=(y+1)(y+2)^2=(y+1)(y^2+4y+4)=y^3+5y^2+8y+4$.
$D=(x+2)^3=(x+2)(x^2+4x+4)=x^3+6x^2+12x+6$.

Exercice 2

$E=16x^2-36=(4x-6)(4x+6)=4(2x-3)(2x+3)$.
$F=4x(x+3)+4x+12=4x(x+3)+4(x+3)=(4x+4)(x+3)=4(x+1)(x+3)$.
$G=x^2-16-(x-4)^2=(x-4)(x+4)-(x-4)(x-4)=$
$=(x-4)((x+4)-(x-4))=(x-4)(x+4-x+4)=8(x-4)$.
$H=(x-4)(3x-2)-3x+2=(x-4)(3x-2)-(3x-2)$
$=(x-4)(3x-2)-1\times(3x-2)==(x-4-1)(3x-2)=(x-5)(3x-2)$.

Exercice 3

(1) $(2x+1)(x+1)(x+2)=0$ ssi $2x+1=0$ ou $x+1=0$ ou $x+2=0$
ssi $x=-0{,}5$ ou $x=-1$ ou $x=-2$.
(2) $16x^2-36=0$ ssi $4(2x-3)(2x+3)=0$ ssi $2x-3=0$ ou $2x+3=0$
ssi $x=1{,}5$ ou $x=-1{,}5$.
(3) $4x(x+3)+4x+12\leqslant 0$ ssi $4x(x+3)+4(x+3)\leqslant 0$
ssi $(4x+4)(x+3)\leqslant 0$ ssi $(x+1)(x+3)\leqslant 0$ ssi $-3\leqslant x\leqslant -1$
(faites le tableau de signes).
(4) $4(x+1)^2-(2x+2)^2>0$ ssi $0>0$ (c'est le premier développement) qui est impossible donc l'inéquation n'a pas de solution.

Exercice 4

1) Soient $a<b\in\mathbb{R}$, $f(a)-f(b)=(a-3)-(b-3)=a-3-B+3=a-b<0$ par hypothèse. Donc $f(a)<f(b)$, comme $a<b$, f est croissante sur $\mathbb{R}$.
On le savait, f est une fonction affine de coefficient directeur égal à 1 (positif).
2) Soient $a<b\in\mathbb{R}$, $g(a)-g(b)=(-3a+4)-(-3b+4)=-3a+4+3b-4=-3(a-b)$. Or $a-b<0$ donc $-3(a-b)>0$ et $g(a)>g(b)$, donc g est décroissante sur $\mathbb{R}$.
3) Soient $a<b\in\mathbb{R}^+$. $h(a)-h(b)=(a^2+2)-(b^2+2)=a^2+2-b^2-2=a^2-b^2=(a-b)(a+b)$. Or a et b sont positifs donc $a+b$ aussi at $a-b<0$ par hypothèse donc $h(a)-h(b)<0$ et la fonction h est croissante sur $\mathbb{R}^+$.
4) Soient $a<b\in\mathbb{R}^{-*}$. $k(a)-k(b)=\frac{2}{a}-\frac{2}{b}=\frac{2b}{ab}-\frac{2a}{ab}=2\frac{b-a}{ab}$.
Or a et b sont négatifs donc leur produit et positif, par ailleurs, $a-b<0$ par hypothèse donc $b-a>0$ et $k(a)-k(b)>0$ càd $k(a)>k(b)$. Comme $a<b$, k est décroissante sur $\mathbb{R}^{-*}$.

Bonus

Soient l, b et t les hauteurs de Lucas, Basile et de la table. On a $l+t=80+b$ et $b+t=100+l$.
Donc $l=b+t-100$ et en remplaçant, $b+t-100+t=80+b$ donc $2t-100=80$.
$2t=180$ et $t=90$.
La table mesure 90 cm de haut.