

Correction du contrôle 2^{de} n°1

Exercice 1

Les coordonnées du milieu K du segment [AB] sont :

$$a) x_K = (-6+6) \div 2 = 0 \div 2 = 0 \qquad y_K = (-3+2) \div 2 = -1 \div 2 = -0,5$$

Les coordonnées du milieu L du segment [CD] sont :

$$b) x_L = (2,5+(-1,5)) \div 2 = 0,5 \qquad y_L = (-0,5+1,5) \div 2 = 0,5$$

Les longueurs des segments sont données par :

$$2)a) AB = \sqrt{((-6)-6)^2 + ((-3)-2)^2} = \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2} \\ = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$$

$$b) CD = \sqrt{(2,5-(-1,5))^2 + (-0,5-1,5)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

Exercice 2

2) Il suffit de démontrer que les longueurs AB et AC sont égales.

$$AB = \sqrt{(-5-3)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$$

$$AC = \sqrt{(-5-(-1))^2 + (-2-5)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$$

Exercice 3

2) Soit K le milieu de la diagonale [AC] et L celui de la diagonale [BD]. Démontrons que ces points sont égaux.

$$x_K = (-3+4) \div 2 = 1 \div 2$$

$$x_L = (0+1) \div 2 = 1 \div 2$$

$$y_K = (4+0) \div 2 = 2$$

$$y_L = (6+(-2)) \div 2 = 4 \div 2 = 2$$

On a bien démontré que les points K et L ont les mêmes coordonnées donc que ABCD est un parallélogramme.

3) Calculons les longueurs AC et BD des diagonales, vérifions qu'elles sont égales.

$$AC = \sqrt{(-3-4)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 4^2} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65} \text{ et}$$

$$BD = \sqrt{(0-1)^2 + (6-(-2))^2} = \sqrt{(-1)^2 + 8^2} = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}.$$

4) On sait donc que $KA = KB = \frac{\sqrt{65}}{2}$.

Vérifions si $KA^2 + KB^2 = AB^2$, autrement dit si $\widehat{AKB} = 90^\circ$.

Or $AB = \sqrt{(-3-0)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ donc $AB^2 = 13$.

$KA^2 + KB^2 = 65 \div 4 + 65 \div 4 = 37,5 \neq 13$ donc ABCD n'est pas un carré.

Exercice 4

| inégalité(s) | figure | intervalle |
|----------------|---|---------------------|
| $1 < x < 4$ |  | $x \in]1;4[$ |
| $1 \leq x < 2$ |  | $x \in [1;2[$ |
| $x \geq 3$ |  | $x \in [3;+\infty[$ |

Exercice 5

1)

2 est l'image de 1 par f car $f(1) = 2$.

0 est l'image de 2 par f car $f(2) = 0$.

6 est un antécédent de 12 car $f(6) = 12$.

-1 est un antécédent de 12 car $f(-1) = 12$ aussi.

2) $f(3) = 3^2 - 5 \times 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$.

$f(-2) = (-2)^2 - 5 \times (-2) + 6 = 4 + 10 + 6 = 20$.

Bonus

D) $7 - (7 \div 7) + 7 = 13$ alors que $1 - (1 \div 1) + 1 = 1$.

En fait, cette expression, si on remplace 7 par x, vaut $2x - 1$ (si $x \neq 0$).