Correction du DS 2^{de} n°1

Exercice 1

Les coordonnées du milieu K du segment [AB] sont :

a) $x_K=(-6+6)\div 2=0\div 2=0$ $\quad y_K=(-3+2)\div 2=-1\div 2=-0,5$

Les coordonnées du milieu L du segment [CD] sont :

b) $x_L=(2,5+(-1,5))\div 2=0,5$ $\quad y_L=(-0,5+1,5)\div 2=0,5$

Les longueurs des segments sont données par :

2)a) $AB=\sqrt{((-6)-6)^2+((-3)-2)^2}=\sqrt{(-12)^2+(-5)^2}$

$=\sqrt{144+25}=\sqrt{169}=13$

b) $CD=\sqrt{(2,5-(-1,5))^2+(-0,5-1,5)^2}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$

Exercice 2

2) Il suffit de démontrer que les longueurs AB et AC sont égales.

$AB=\sqrt{(-5-3)^2+(-2-(-1))^2}=\sqrt{(-8)^2+(-1)^2}=\sqrt{64+1}=\sqrt{65}$

$AC=\sqrt{(-5-(-1))^2+(-2-5)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-7)^2}=\sqrt{16+49}=\sqrt{65}$

3) $BC=\sqrt{((-1)-3)^2+(5-(-1))^2}=\sqrt{(-4)^2+6^2}=\sqrt{16+36}=\sqrt{52}$.

Donc $AB^2+AC^2\neq BC^2$ et ABC n'est pas rectangle en A.

Exercice 3

2) Soit K le milieu de la diagonale [AC] et L celui de la diagonale [BD] Démontrons que ces points sont égaux.

$x_K=(-3+4)\div 2=1\div 2$ $\quad x_L=(0+1)\div 2=1\div 2$

$y_K=(4+0)\div 2=2$ $\quad y_L=(6+(-2))\div 2=4\div 2=2$

On a bien démontré que les points K et L ont les mêmes coordonnées donc que ABCD est un parallélogramme.

3) Calculons les longueurs AC et BD des diagonales, vérifions qu'elles sont égales.

$AC=\sqrt{(-3-4)^2+(4-0)^2}=\sqrt{(-7)^2+4^2}=\sqrt{49+16}=\sqrt{65}$ et

$BD=\sqrt{(0-1)^2+(6-(-2))^2}=\sqrt{(-1)^2+8^2}=\sqrt{1+8}=\sqrt{65}$.

4) On sait donc que $KA=KB=\dfrac{\sqrt{65}}{2}$.

Vérifions si $KA^2+KB^2=AB^2$, autrement dit si $\widehat{AKB}=90°$.

Or $AB=\sqrt{(-3-0)^2+(4-6)^2}=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$ donc $AB^2=13$.

$KA^2+KB^2=65\div 4+65\div 4=37,5\neq 13$ donc ABCD n'est pas un carré.

Exercice 4

1) $x_K=(-4+8)\div 2=4\div 2=2$ $\quad y_K=(-3+1)\div 2=-2\div 2=-1$.

2) $\begin{cases} x_D=2x_K-x_B=2\times 2-3=1 \\ y_D=2y_K-y_B=2\times(-1)-(-4)=2 \end{cases}$.

3) On peut vérifier que K est aussi le milieu de [BD] donc ABCD est un parallélogramme. Par ailleurs :

$AB=\sqrt{(-4-3)^2+((-3)-(-4))^2}=\sqrt{(-7)^2+(-1)^2}=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}$

$BC=\sqrt{(8-3)^2+(1-(-4))^2}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}$.

$AC=\sqrt{(8-(-4))^2+(1-(-3))^2}=\sqrt{12^2+4^2}=\sqrt{144+16}=\sqrt{160}$.

Ainsi, AB=BC donc le parallélogramme ABCD est un losange. $AB^2+BC^2\neq AC^2$ donc il n'est pas un carré.

Bonus

D) $7-(7\div 7)+7=13$ alors que $1-(1\div 1)+1=1$.

En fait, cette expression, si on remplace 7 par x, vaut $2x-1$ (si $x\neq 0$).