

DM Seconde Géométrie et fonctions

ABCD est un trapèze rectangle en A et en B tel que $AB=4$ et $BC=3$. Le cercle tangent aux trois côtés $[DA]$, $[AB]$ et $[BC]$ est aussi tangent au côté $[CD]$, on nomme leurs points de contact respectivement K, J, H et I ainsi que O le centre du cercle.

1) Faire la figure.

2) Démontrer que l'aire de ABCD est 18.

Ne pas oublier de justifier ce qui est utilisé, comme par exemple l'angle droit $\widehat{COD}$, la longueur de $[OC]$ ou que $IC=CH$.

3) Cette partie reprend et simplifie la démonstration ci-dessus mais avec $CH=x$. La démarche a déjà été faite dans la question 2), on se contentera ici des calculs.

On notera $f(x)$ l'aire du trapèze en fonction de x .

a) Démontrer que $\tan \widehat{IOC} = \tan \widehat{IDO}$.

b) En déduire que $DI = \frac{4}{x}$ puis que $f(x) = 8 + 2x + \frac{8}{x}$.

c) Quel x permet de vérifier le résultat du 1)?

Effectuer le calcul.

4) a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0,5	1	2	3	4
f(x)					

b) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

c) Quelles semblent être les variations de f ?

5) Démontrons-le par le calcul.

Soient a et b strictement positifs tels que $a > b$.

a) Démontrer que $f(a) - f(b) = 2(a-b) \frac{ab-4}{ab}$.

b) Si a et b sont dans l'intervalle $]2; +\infty[$, déterminer les signes de $a-b$, de $ab-4$ et de ab .

Quel est le signe de $f(a) - f(b)$?

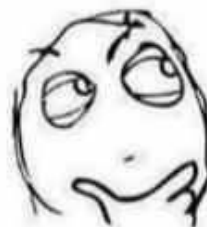
c) A-t-on $f(a) > f(b)$ ou $f(a) < f(b)$?

Conclure quant au sens de variations de f sur $]2; +\infty[$.

d) Faire de même si a et b sont dans $]0; 2[$.

En déduire le sens de variations de f sur $]0; 2[$.

e) Tracer le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$.



**75% de tous les élèves
sont bons en math!**



**Et bien...
Je crois que j'appartiens
au 17% restants**